XALQARO NORDIK UNIVERSITETI

Iqtisodiyot va pedagogika fakulteti,
Iqtisodiyot va biznesni boshqarish kafedrasi

Fan o‘qituvchisi: Sabirov Xasan Nusratovich

Mavzu: Juft regression tahlil

Reja:

1. **Regression tahlil tushunchasi**
2. **Bir omilli va ko'p omilli regressiya**
3. **Chiziqli va chiziqsiz regressiya**
4. **Korrelyatsion-regression tahlilda eng kichik kvadratlar usulining qo‘llanilishi**
5. **O'rtacha elastiklik koeffisienti**

Regression tahlil tushunchasi

Regression tahlil bog`liqlikning unda natijaviy omilning o`zgarishi bir yoki bir necha omillarning ta'siri bilan shartlangan, natijaviy omilga ta'sir ko`rsatuvchi boshqa barcha omillar ko`pligi esa doimiy va o`rtacha qiymat sifatida qabul qilinadigan tahliliy shaklini aniqlashdan iborat.

Regression tahlilning maqsadi - natijaviy omil shartli o`rtacha qiymatining omilli belgilarga funktsional bog`liqligini baholashdan iborat, regression tahlilning asosiy omilli shundan iboratki, fakat natijaviy omil taqsimlashning normal qonuniga, ta'sir etuvchi omillar esa taqsimlashning ixtiyoriy qonuniga bo`ysunadi. Bunda regression tahlilda natija (y) va omillar (x) o`rtasidagi sabab-oqibat bog`liqlikning mavjudligi oldindan nazarda tutiladi.

Regressiya tenglamasi yoki ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar bog`liqlik modeli quyidagi funktsiya bilan ifodalanadi:

$$\hat{y}_x = f(x) \qquad (1)$$

Bunda juft regressiya: natijaviy va bitta omil o`rtasidagi bog`liqlikni tavsiflaydi.

$$\hat{y}_x = f(x_1, x_2, \dots x_k) \qquad (2)$$

bu yerda, k -omillar soni.

Bunda ko`plik regressiyasi mavjud bo`lib, y natijaviy omil ($\hat{y}$) bilan ikki va undan ko`p omil o`rtasidagi bog`liqlikni tavsiflaydi. Tenglama uni tuzishda talablarga amal qilingan taqdirda real modellashtiriladigan hodisa yoki jarayonga mos keladi.

Regressiya tenglamasini tuzishga nisbatan quyidagi talablar qo`yiladi.

1) Boshlang`ich ma'lumotlar yig`indisi bir xil bo`lishi va matematik jihatdan uzluksiz funktsiyalar bilan ta'riflanishi kerak.

2) Ancha katta hajmdagi tadqiq etiladigan tanlangan yig`indining mavjudligi.

Modellashtiriladigan hodisaning sababli-oqibatli bog`liqliklarning bir yoki bir necha tenglamalar bilan ta'riflash mumkin.

3) Xodisalar va jarayonlar o`rtasidagi sababli-oqibatli bog`liqliklarni, imkon qadar, bog`liqlikning chiziqli (yoki chiziqli xolatga keltiriladigan) shakl bilan ta'riflash lozim.

4) Model parametrlariga nisbatan miqdoriy cheklovlarning mavjud emasligi.

5) Omillarning miqdoriy ifodasi.

6) O`rganiladigan ob'ektlar yigindisining xududiy va vaqt tarkibining doimiyligi.

Hodisalarning o`zaro bog`liqligi modellarini nazariy jihatdan asoslash muayyan shartlarga amal qilish orqali ta'minlanadi. Ular jumlasiga quyidagilar kiradi:

- barcha omillar va ularning birgalikda taqsimlanishi taqsimlashning normal qonuniga bo`ysunishi kerak.

- modellashtirilayotgan omil dispersiyasi omillar va qiymatlari o`zgargan taqdirda hamma vaqt doimiy bo`lib qolishi lozim.

Bog`liqlik shakli chiziqli funktsiya bilan ham (to`g`ri tenglama), chiziqsiz funktsiyalar bilan ham (turli tartiblar polinomlari, giperbola, darajali funktsiya va b.) ifodalanishi mumkin.

Belgilar o`rtasidagi bog`liqlik shaklini ifodalash uchun funktsiyalarni tanlash bir necha bosqichda kechadi: grafik, mantiqiy iqtisodiy hamda empirik ma'lumotlarning nazariy ma'lumotlarga yaqinligini matematik tekshirish.

Ko`pincha korrelyatsion bog`liqlik shaklini ifodalash uchun bir vaqtning o`zida bir necha funktsiya mos keladi, shuning uchun bog`liqlik shaklini ifodalash uchun funktsiyalarni muqobil asosda tanlashni yakuniy asoslagan ma'qul. Regressiyaning chiziqli shakli tushunish, talqin etish va hisob-kitoblar texnikasi nuqtai nazaridan eng oddiy shakl hisoblanadi.

Chiziqli juft regressiya tenglamasi umumiy holda quyidagi ko`rinishga ega:

$$y(x) = a_0 - a_1 x_1 - \varepsilon i_i$$

bu yerda, a_0, a_1 - model parametrlari;

εi - tasodifiy kattalik (qoldiq miqdori).

Chiziqli juft regressiya modeli parametrlarining mazmuni:

a_0 - regression tenglamaning erkin koeffisienti (a'zosi).

Iqtisodiy ma'noga ega emas va, agar omil $x = 0$ bo`lsa, natijaviy omilning belgining qiymatini ko`rsatadi.

a_1 - regressiya koeffitsienti, agar x o`zgaruvchi bir o`lchov birligiga oshirilsa, y natijaviy omil o`rtacha qancha miqdorga o`zgarishini ko`rsatadi. Regressiya koeffitsientidagi belgi bog`liqlikning yo`nalishini ko`rsatadi:

$a_1 > 0$ bo`lganida – bog`liqlik to`g`ri; $a_1 < 0$ bo`lganida – bog`liqlik teskari.

ε_i - mustaqil, normal taqsimlangan tasodifiy kattalik, nolli matematik kutishli ($M_\varepsilon = 0$) va doimiy dispersiyali ($D_\varepsilon = \sigma^2$) qoldiq. y ning o`zgarishi $x$ ning o`zgarishi bilan noaniq ta'riflanishini aks ettiradi, chunki ushbu modelda hisobga olinmagan boshqa omillar ham ishtirok etadi.

a_0 va a_1 modelining parametrlarini baholash eng kichik kvadratlar usuli bilan amalga oshiriladi.

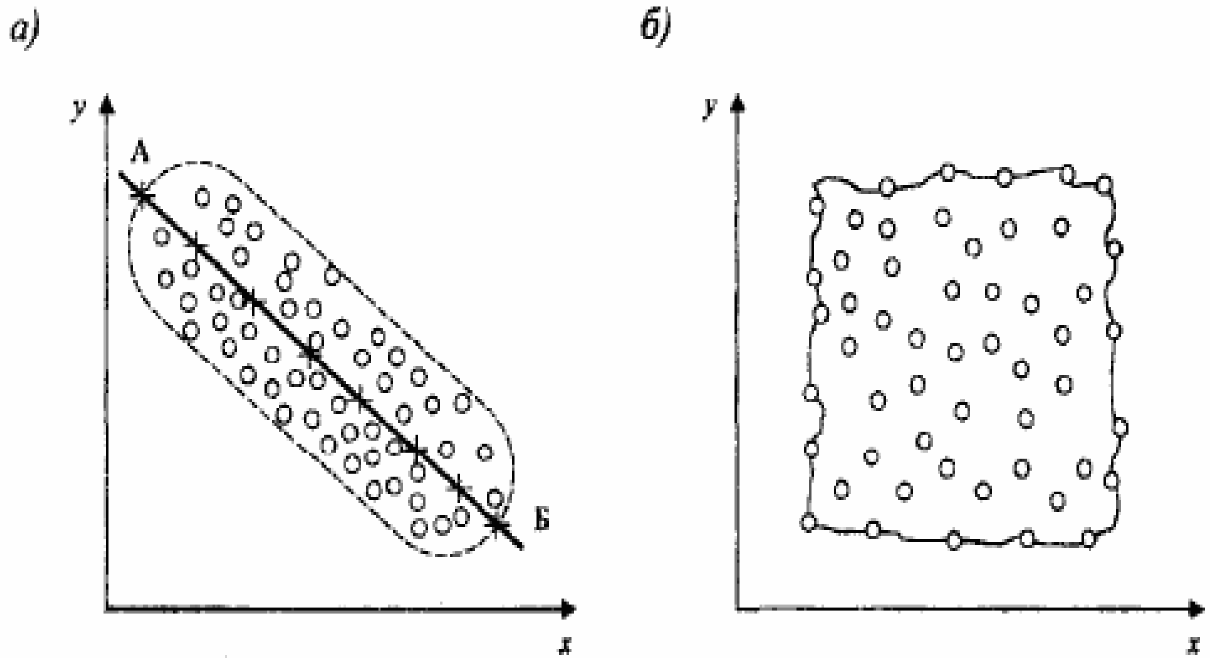
Bir omilli va ko'p omilli regressiya

Regression tahlili deganda hodisalar (jarayonlar) o'rtasidagi munosabatlarni o'rganish tushuniladi, ular ko'p, ba'zan noma'lum omillarga bog'liq.

Ko'pincha x va y o'zgaruvchilari o'rtasida munosabatlar mavjud, lekin aniq emas, bunda y ning bir nechta qiymatlari (to'plami) x ning bitta qiymatiga to'g'ri keladi. Bunday hollarda munosabatlar regressiya deb ataladi. Shunday qilib, y=f(x) funktsiya regressiya (korrelyatsiya), agar argumentning har bir qiymati y statistik taqsimot qatoriga to'g'ri kelsa.

Regressiya tahlilining mohiyati regressiya tenglamasini o'rnatishga kamayadi, ya'ni tasodifiy o'zgaruvchilar orasidagi egri shakli (argumentlar x va y funktsiyasi), ular orasidagi munosabatlarning mustahkamligini baholash, o'lchov natijalarining ishonchliligi va adekvatligi.

X va Y o'rtasidagi bunday aloqaning mavjudligini oldindan aniqlash uchun grafikda nuqta chiziladi va korrelyatsiya deb ataladigan maydon quriladi (1-rasm). Korrelyatsiya maydonining turiga qarab, korrelyatsiya mavjudligini baholash mumkin. Shunday qilib, a-grafikda shuni ko'rsatadiki, eksperimental ma'lumotlar x va y rasmdagi o'lchovlar o'rtasida ma'lum bog'liqlikka ega. b-grafikdagi bunday aloqani ko'rsatmaydi.



1-rasm. Korrelyatsion maydon

Bir o'zgaruvchan (juftlashgan) va ko'p o'zgaruvchan regressiya bog'liqliklarini ajrating. Juftlik qaramligi bilan juftlik regressiyasini to'g'ri chiziq, parabola, giperbola, logarifmik, darajali yoki eksponentli funktsiya, polinom va boshqalar bilan taxmin qilish mumkin. Ikki faktorli maydonni tekislik, ikkinchi darajali parabola, giperbola bilan taxmin qilish mumkin.

Juft regressiya modelini (yoki bitta faktorli modelni) tuzish y va x ikkita ko'rsatkich o'rtasidagi bog'liqlik tenglamasini topishdan iborat, ya'ni bitta omilning o'zgarishi boshqasiga qanday ta'sir qilishi aniqlanadi.

Ekonometrika muammolarida asosiy bosqich - bu model parametrlarini topish va ularning sifatini baholash. Juft regressiya modelining tenglamasini umumiy shaklda yozish mumkin:

$$y = \hat{f}(x) \qquad (1)$$

bu yerda y - bog'liq ko'rsatkich (natijaviy ko'rsatkich);

x - mustaqil omil.

Juft regressiyada $y = \hat{f}(x)$ matematik funktsiya turini tanlash uchta usul bilan amalga oshirilishi mumkin:

- grafik;
- analitik, ya'ni. o'rganilayotgan munosabatlar nazariyasiga asoslangan;
- eksperimental

Ikkala xususiyat o'rtasidagi bog'liqlikni o'rganayotganda, regressiya tenglamasining turini tanlashning grafik usuli juda aniq. U korrelyatsiya maydoniga asoslangan.

Regressiya tenglamasining turini tanlashning analitik usuli katta qiziqish uyg'otadi. U o'rganilayotgan xususiyatlarning bog'lanishining moddiy tabiatini o'rganishga asoslangan.

Kompyuterda ma'lumotlarni qayta ishlashda regressiya tenglamasi turini tanlash odatda eksperimental usul bilan amalga oshiriladi.

Chiziqli regressiyada kuzatilgan miqdoriy y o'zgaruvchining kuzatilgan x o'zgaruvchilarga bog'liqligini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + u \qquad (2)$$

(2) funksiya chiziqli (ko'p omilli) ko`plikdagi regressiya deb ataladi. Bu x o`zgaruvchilari va $\beta_1, \beta_2 .. \beta_k$ parametrlari bo'yicha ham chiziqli va qo'shimcha ravishda tasodifiy o'zgaruvchiga bog'liq (xatolar, yashirin-yashirin tasodifiy

o'zgaruvchilar)u. Y o'zgaruvchisi tasodifiy o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgani uchun u ham tasodifiydir. Klassik chiziqli regressiya modelidagi x o'zgaruvchilari tasodifiy deb hisoblanmaydi. Agar x o'zgaruvchilar tasodifiy bo'lishi mumkin deb taxmin qilinsa, bunday model umumlashtirilgan chiziqli regressiya modeliga aylanadi. Regressorlarning tasodifiy yoki tasodifiy bo'lishidan qat'iy nazar, regressiya modeli stoxastik (ehtimolli) modellar sinfiga kiradi.

Yuqorida muhokama qilingan bir faktorli modelning ijobiy xususiyati uning soddaligi. Uning asosiy kamchiligi - bu narxlanish jarayonining etarli darajada adekvat tavsifi. Aniqrog'i, qimmatli qog'ozlar rentabelligini shakllantirish jarayonlarini ko'p chiziqli regressiya modellari sinfiga mansub ko'p o'zgaruvchan modellar yordamida tasvirlash mumkin.

Iqtisodiyotning holati ko'plab omillarga bog'liq bo'lib, ular orasida iqtisodiyotning barcha sohalariga ta'sir ko'rsatadigan bir nechta asosiy omillar bor:

1. yalpi ichki mahsulotning o'sish sur'ati
2. inflyatsiya darajasi
3. foiz stavkalari darajasi
4. neft narxining darajasi

Chiziqli va chiziqsiz regressiya

Analitik bog‘liqlik turiga qarab, chiziqli va chiziqsiz regressiyalar bo‘linadi. Chiziqli juft regressiya quyidagi tenglama bilan tavsiflanadi:

$$y = a_0 + a_1 x \qquad (3)$$

Ijtimoiy-iqtisodiy jarayonlar o‘rtasida bog‘lanishlarni o‘rganishda quyidagi chiziqsiz funksiyalar bilan foydalaniladi:

Ikkinchi darajali parabola – $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

Uchinchi darajali parabola – $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$

n-darajali parabola – $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$

Giperbola – $y = a_0 + \frac{a_1}{x}$

b- darajali giperbola – $y = a_0 + \frac{a_1}{x^b}$

Logarifmik – $logy = a_0 + a_1x$

Yarim logarifmik – $y = a_0 + a_1lnx$

Ko‘rsatkichli funktsiya – $y = a_0 \cdot a_1^x$

Darajali funktsiya – $y = a_0 \cdot x_1^{a_1}$

Logistik funktsiya – $y = \frac{a_0}{1+a_1e^{-bx}}$

Regressiya funktsiyasining turini tanlab, ya'ni ko'rib chiqilayotgan modelning Y ga bog'liqligi X (yoki X ning Y ga bog'liqligi), masalan, chiziqli model $y = a + bx$, model koeffitsientlarining o'ziga xos qiymatlarini aniqlash kerak.

a va b ning har xil qiymatlari uchun $y = a + bx$ shaklidagi cheksiz ko'p bog'liqliklar qurilishi mumkin, ya'ni koordinata tekisligida cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar bor, lekin bizga shunday bog'liqlik kerak eng yaxshi tarzda kuzatilgan qiymatlarga mos keladi.

Shunday qilib, vazifa eng yaxshi koeffitsientlarni tanlashgacha kamayadi. a+bx chiziqli funktsiyani faqat ma'lum miqdordagi kuzatuvlar asosida qidiramiz. Kuzatilgan qiymatlarga eng mos keladigan funktsiyani topish uchun biz eng kichik kvadratlar usulidan foydalanamiz.

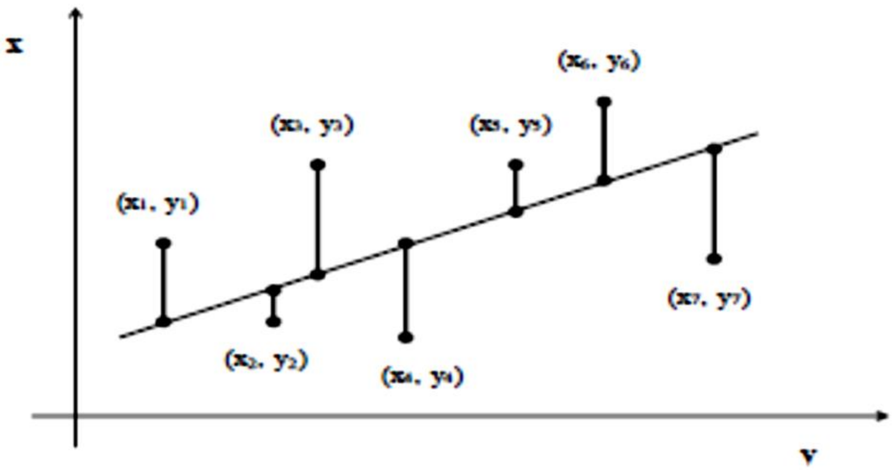
LSMning mohiyati quyidagicha: korrelyatsiya maydonidagi eksperimental nuqtalar orqali chizish mumkin bo'lgan chiziqlar to'plamidan y=b1+b0x regressiya chizig'i tanlanadi, shunda vertikal masofalar kvadratlari yig'indisi tajriba nuqtalari va bu chiziq eng kichigidir.

Tajriba nuqtalari va regressiya chizig'i orasidagi masofalar ei og'ishidir.

Korrelyatsion-regression tahlilda eng kichik kvadratlar usulining qo‘llanilishi

Funksiyalar parametrlari odatda **“eng kichik kvadratlar”** usuli bilan aniqlanadi. Eng kichik kvadratlar usulini mazmuni quyidagicha: haqiqiy miqdorlarning tekislangan miqdorlardan farqining kvadratlari yigindisi eng kam bo‘lishi zarur (1-rasm):

$$\sum(y-y_x)^2 \rightarrow \min$$



1-rasm. Eng kichik kvadratlar usulining grafikli ko‘rinishi

Bir omilli chiziqli bog‘lanishni olaylik:

$$y_x = a_0 + a_1 x$$

Qiymat $\sum(y-y_x)^2$ eng kam bo‘lishi uchun birinchi darajali xosilalar nolga teng bo‘lishi kerak:

$$S = \sum(y-y_x)^2 = \sum(y-a_0-a_1x)^2 \rightarrow \min \qquad (4.16)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0 \qquad \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0 \qquad (4.17)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = -2\sum(y-a_0-a_1x) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = -2\, a_1 \sum(y-a_0-a_1x) = 0 \qquad (4.18)$$

Bir necha o‘zgarishlardan so‘ng eng kichik kvadratlar usulining normal tenglamalar tizimi hosil bo‘ladi.

$$\begin{cases} n\cdot a_0 + a_1\sum x = \sum y \\ a_0\sum x + a_1\sum x^2 = \sum y\cdot x \end{cases}$$

Qo‘yidagi ifoda bilan foydalanib

$n\bar{x} = \sum x,\ n\bar{y} = \sum y,\ n\overline{x^2} = \sum x^2,\ n\overline{xy} = \sum xy,$ (4.19) dan olamiz

$$\begin{cases} a_0 + a_1\bar{x} = \bar{y} \\ a_0\bar{x} + a_1\overline{x^2} = \overline{xy} \end{cases}$$

Yuqoridan $a0$ va $a1$ parametrlar quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x} \quad a_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

b parametrni quydagi formula bilan tasvirlash mumkin

$$b = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma_x^2} = \frac{\frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sigma_x^2}$$

Chiziqli regressiyaning parametrlar sharxini ko‘rib chiqamiz.

Omilli o‘zgaruvchi b koeffitsienti, u x omili bir birlikga o‘zgarsa y ning o‘rtacha xisobda qanchalarga o‘zgarishini ko‘rsatadi.

Misol uchun tassavur qilaylik, xarajat bilan ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi o‘rtasida bog‘liqligi quyidagini tashkil etsa:

$$y = 35000 + 0{,}58x$$

U holda, ishlab chiqarish hajmni 1 birlikga oshirish uchun bizdan 580 so‘m qo‘shimcha xarajatni talab etadi.

O'rtacha elastiklik koeffisienti

Tadqiq etilayotgan ko`rsatkichlar birliklarining bir-biridan farq qilishi tufayli $a_1$ parametrdan omilning natijaviy omil belgiga ta'sirini bevosita baholash uchun foydalanib bo`lmaydi. Ushbu maqsadlarda elastiklik koeffisienti va beta-koeffisient hisoblab chiqiladi. Elastiklik koeffisientini aniqlash formulasi quyidagicha:

$$Э_{yx} = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

Elastiklik koeffisienti x omil bir foizga o`zgarganda $y$ natijaviy omil qancha foizga o`zgarishini ko`rsatadi. Beta-koeffisientni aniqlash formulasi:

$$\beta_{yx} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

bu yerda, σ_x va σ_y - x va y tasodifiy kattaliklarning o`rtacha kvadratik og`ishlari.

Beta-koeffisient omili o`zining o`rtacha kvadratik og`ishi miqdoriga o`zgarganda, natijaviy omilning qiymati o`zining o`rtacha kvadratik og`ishining o`rtacha qancha qismiga o`zgarishini ko`rsatadi.

Nazorat uchun savollar

1. Regressiya koeffitsientlarining iqtisodiy mohiyati nimadan iborat?
2. “Eng kichik kvadratlar usuli” ning mohiyatini tushuntirib bering.
3. Normal tenglamasini yechish usullarini tushuntirib bering.
4. Yalpi korrelyatsion-regression tahlilni o`tkazish bosqichlari.
5. Bir darajali regression model va uni tuzishga nisbatan quyiladigan talablar.