



XALQARO NORDIK UNIVERSITETI

**Iqtisodiyot va pedagogika fakulteti,
Iqtisodiyot va biznesni boshqarish kafedrasi**

Fan o‘qituvchisi: Sabirov Xasan Nusratovich

Mavzu: Juft korrelyatsion tahlil

Reja:

- 1. Funktsional va statistik bog`liqlik tushunchalari**
- 2. Korrelyatsion tahlil tushunchasi**
- 3. Bog`lanish turlari va korrelyatsiya koeffisientini hisoblash usullari**
- 4. Korrelyatsiya koeffisientini o`zgarish intervallari va baholanishi**

Funktsional va statistik bog`liqlik tushunchalari

Iqtisodiy hodisalar, g`oyat xilma-xil bo`lgani xolda, ular o`zining u yoki bu xususiyatlarini aks ettiruvchi ko`plab belgilar bilan tavsiflanadi. Ushbu belgilar vaqtga ko`ra va makonda o`zgarib turadi. Ko`pincha belgi (omil)larning o`zgarishi o`zaro bog`langan va o`zaro shartlangan. Bir sharoitda omillar o`rtasidagi bog`liqlik uzviy (masalan, soatbay ishlab chiqarish va ish haqi), boshqa holatlarda esa omillar o`rtasidagi bog`liqlik umuman ko`zga tashlanmaydi yoki juda sust ifodalanadi (masalan, talabalarning jinsi va ularning o`zlashtirishi). Belgi (omil)lar o`rtasidagi bog`liqlik qanchalik uzviy bo`lsa, qabul qilinayotgan qarorlar shunchalik aniq va tizimlarni boshqarish shunchalik oson bo`ladi.

Hodisalar bog`liqligining ko`plab shakllari ichida barcha boshqa shakllarni belgilab beruvchi sababli bog`lanish muxim rol o`ynaydi. Sabablilikning moxiyati bir hodisaning boshqa hodisaga sabab bo`lishidan (uni keltirib chiqarishidan) iborat. Har

qanday muayyan bog`lanishda bir belgilar boshqalariga ta'sir etuvchi va ularning o`zgarishini belgilab beruvchi omillar sifatida, boshqa belgilar esa ushbu omillar ta'sirining natijasi sifatida ishtirok etadi. Boshqacha qilib aytganda, bir belgilar sababni, boshqalari esa oqibatni o`zida namoyon etadi. Oqibatni tavsiflovchi belgilar, natijali (erksiz) belgilar (y izohlanuvchi o`zgaruvchilar) deb, sababni tavsiflovchi belgilar esa omilli (mustaqil) belgilar (x izohlovchi o`zgaruvchilar) deb nomlanadi.

Hodisalar va ularning belgilari o`rtasidagi bog`liqlikning ikkita turi mavjud: funktsional, yoki qat'iy determinasiyalangan bog`liqlik (masalan, bir ishchiga to`g`ri keladigan mahsulot ishlab chiqarish hajmining ishlab chiqarilgan mahsulot hajmiga va ishchilar soniga bog`liqligi) va statistik, yohud stoxastik determinasiyalangan bog`liqli (masalan, mehnat unumdarligi bilan mahsulot birligining tannarxi o`rtasidagi bog`liqlik).

Funktsional bog`liqlik - bu unda x mustaqil o`zgaruvchining har bir qiymatiga y erksiz o`zgaruvchining aniq belgilangan qiymati mos keladigan bog`lanish.

Funktsional bog`liqlik ko`pincha tabiiy fanlarda uchraydi. Bunday bog`lanishlar ijtimoiy turmushda, xususan iqtisodiy jarayonlarda kamroq kuzatiladi.

Ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar shu bilan tavsiflanadiki, ularga muhim omillar bilan bir qatorda ko`plab boshqa omillar, shu jumladan tasodifiy omillar ta'sir ko`rsatadi. Shu munosabat bilan mavjud bog`liqlik bu yerda funktsional bog`lanishlardagi kabi har bir alohida holatda, balki faqat ko`p sonli kuzatishlarda "umuman olganda va o`rtacha darajada" namoyon bo`ladi. Mazkur holatda statistik bog`liqlik haqida so`z boradi.

Statistik bog`liqlik - bu unda x mustaqil o`zgaruvchining har bir qiymatiga y erksiz o`zgaruvchining ko`plab kiymatlari mos keladigan bog`lanish, bunda y aynan qanaqa qiymatni qabul qilishi oldindan ma'lum emas.

Statistik bog`liqlikning alohida holati sifatida korrelyatsion bog`liqlik ishtirok etadi.

Korrelyatsion bog`liqlik — bu unda x mustaqil o`zgaruvchining har bir qiymatiga y erksiz o`zgaruvchining muayyan matematik kutishi (o`rtacha qiymati) mos keladigan bog`lanishdir.

Korrelyatsion bog`lanish "tuliqsiz" bog`liqlik bo`lib, u har bir alohida holatda emas, balki ancha ko`p holatlarda faqat o`rtacha kattaliklarda namoyon bo`ladi.

Ma'lumki, masalan, xodim malakasining oshishi mehnat unumdarligining oshishiga olib keladi. Bu hol ko`p holatlarda o`z tasdig`ini topadi va aynan bir xil jarayon bilan band bo`lgan bir toifadagi ikki yoki undan ko`p ishchida bir xil mehnat unumdarligi bo`lishini anglatmaydi. Mexnat unumdarligi darajalari va ish mahsullari, kam bo`lsa-da, farq qiladi, chunki bunday ishchilarda ish staji, dastgohning texnik holati, salomatligining holati va hokazolar turlicha bo`lishi mumkin.

Bundan kelib chiqadiki, statistik bog`liqlik bu alohida bitta yig`indining emas, balki u butun yig`indining xossasi hisoblanadi. Funktsional bog`liqlik — hamma vaqt formulalar bilan ifodalanadi, bu ko`proq aniq fanlar (matematika, fizika)ga xos.

Yig`indining barcha birliklarida bir xil kuch bilan namoyon bo`ladi. To`liq va aniq hisoblanadi, chunki odatda barcha omillar ro`yxati va ularning tenglama ko'rinishidagi o`zgaruvchiga ta'sir etish mexanizmi ma'lum.

Korrelyatsion bog`liqlik - omillarning xilma-xilligi, ularning o`zaro bog`liqligi va qarama-qarshi harakatlar y o`zgaruvchining keng variantlarda o`zgarishini keltirib chiqaradi. Alohida holatlarda emas, balki ko`p holatlarda namoyon bo`ladi va uni o`rganish uchun ommaviy kuzatuvlar talab qilinadi. x va y o`zgaruvchilar o`rtasidagi bog`liqlik to`liqsiz bo`lib, faqat o`rtacha kattaliklarda namoyon bo`ladi. Korrelyatsion bog`liqlik korrelyatsion va regression tahlil usullari yordamida tadqiq etiladi.

Korrelyatsion tahlil tushunchasi

Korrelyatsion tahlil - bu matematik statistikaning tasodifiy kattaliklar o`rtasidagi o`zaro bog`liqliklarni o`rganishga bag`ishlangan bo`limi. Korrelyatsion tahlil kuzatuvlar ma'lumotlarini tasodifiy va ko`p o`lchamli normal qonun bo`yicha taqsimlangan bosh yig`indidan tanlangan ma'lumotlar deb hisoblash mumkin bo`lgan hollarda qo`llaniladi.

Korrelyatsion tahlil ikkita omil o`rtasidagi (juft bog`liqlikda) hamda natijaviy omillar bilan boshqa ko`p omillar o`rtasidagi (ko`p omilli bog`liqlikda) bog`liqlikning zichligini miqdoriy jihatdan aniqlashdan iborat.

Korrelyatsiya - bu tasodifiy kattaliklar o`rtasidagi unda tasodifiy kattaliklardan birining o`zgarishi boshqasining matematik kutishi o`zgarishiga olib keluvchi statistik bog`liqlik.

Korrelyatsiya juft, xususiy va ko`plik korrelyatsiyaga bo`linadi va ular korrelyatsiya variantlari bo`lib hisoblanadi.

Juft korrelyatsiya - ikkita omil (natijaviy va omillar yoki ikkita omil) o`rtasidagi bog`liqlik.

Xususiy korrelyatsiya - boshqa omillarning qat'iy belgilangan qiymatida natijali omil bilan bitta omil yoki ikkita omil o`rtasidagi bog`liqlikdir.

Ko`plik korrelyatsiyasi - natijaviy omil va tadqiqotga kiritilgan ikkita yoki undan ko`p omillar o`rtasidagi bog`liqlik hisoblanadi.

Bog`liqlikning zichligi miqdoriy jihatdan korrelyatsiya koeffitsientlari qiymati bilan ifodalanadi. Korrelyatsiya koeffisientlari qiymatini topish x_i va y_i omillari yakka tartibdagi qiymatlarining ularning \bar{x} va \bar{y} o`rtacha qiymatlaridan og`ishlari ko`paytmasining yig`indisiga asoslangan:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (1)$$

Ushbu kattalik n kuzatuvlar soniga bo`lindi va chiqqan natija kovariatsiya deb nomланади. У иккি беғи вариатсиясining bog`langanligini tavsiflaydi va ikkita tasodifiy o`zgaruvchi o`zaro ta'sirining statistik o`lchamini o`zida namoyon etadi. Kovariatsiyani aniqlash formulasi quyidagi ko`rinishga ega:

$$Cov(y, x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} \quad (2)$$

бу yerda, n-tadiq etilayotgan kuzatuvlarning umumiyligi soni;

x_i -mustaqil o`zgaruvchining / qiymati ($i = 1, 2, \dots, n$);

y_i -erksiz o`zgaruvchining i kiymati ($i = 1, 2, \dots, n$);

\bar{x} -mustaqil o`zgaruvchining o`rtacha qiymati.

Bog`lanish turlari va korrelyatsiya koeffisientini hisoblash usullari

Harakat yo`nalishiga qarab funktsional va korrelyatsion bog`liqlik to`g`ridan-to`g`ri va teskari turlarga bo`linadi. To`g`ridan-to`g`ri funktsional va korrelyatsion bog`liqlik, bu omilli belgi qiymatlarining ortishi (kamayishi) bilan natijali belgining ortishi (kamayishi) yuz beradi. Teskari bog`liqlik funktsional va korrelyatsion omilli belgi kiymatlarining ortishi (kamayishi) bilan natijali omilning kamayishi (ortishi) yuz beradi. Tahliliy ifodaga ko`ra bog`liqlik to`g`ri chiziqli (chiziqli) va egri chiziqli (chiziqsiz) bo`lishi mumkin.

To`g`ri chiziqli funktsional va korrelyatsion bog`liqlik - omil miqdorining ortishi bilan natijaviy omil miqdorining bir me'yorda ortishi (yoki kamayishi) yuz beradi (to`g`ri chiziq tenglamasi bilan ifodalanadi). Egri chiziqli funktsional va korrelyatsion bog`liqlik-omil miqdorining ortishi bilan natijaviy omil miqdorining ortishi (yoki kamayishi) bir me'yorda yuz bermaydi (egri chiziqlar tenglamalari bilan ifodalanadi).

Modelga kiritilgan omillarning soniga karab korrelyatsion bog`liqliklar bir omilli va ko`p omilli bog`liqliklarga bo`linadi. Bir omilli (juft) korrelyatsion bog`liqliklar bir belgi-omil bilan natijaviy omil o`rtasidagi bog`liqlik (boshqa omillarning ta'siri mavxumlashganda) hisoblanadi. Ko`p omilli (ko`plik) korrelyatsion bog`liqliklar esa bir necha omillar (belgilar) bilan natijaviy omil (belgi) o`rtasidagi bog`liqlik (omillar birgalikda, ya'ni bir vaqtning o`zida va o`zaro bog`liqlikda ta'sir ko`rsatadi).

Korrelyasion tahlilda korrelyasiya koeffisientlarini aniqlash va ularning muhimligini, ishonchlilikini baholashga asoslanadi.¹

Chiziqli korrelyasiya koeffisientining hisoblash formulasi:

¹Gujarati D.N. Basic Econometrics. McGraw-Hill, 4th edition, 2003 (Gu),Inc.p. 90

$$r_{yx} = \frac{\overline{yx} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (4.1)$$

bu yerda, σ_x va σ_y mos ravishda x va y o‘zgaruvchilarning o‘rtacha kvadratik chetlanishidir va ular quyidagi formulalar yordamida hisoblanadi:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}} \quad (4.2)$$

yoki

$$r_{yx} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (4.3)$$

$$r_{y/x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4.4)$$

$$r_{y/x} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2][\sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2]}} \quad (4.5)$$

Korrelyatsion taxlil o‘tkazilganda quyidagi korrelyatsiya koeffitsientlari hisoblanadi:

1. Xususiy korrelyatsiya koeffitsientlari. Xususiy korrelyatsiya koeffitsienti asosiy va unga ta’sir etuvchi omillar o‘rtasidagi bog‘lanish zichligini bildiradi.
2. Juft korrelyatsiya koeffitsientlari asosiy omil inobatga olinmagan nuqtada hisoblanadi. Agar juft korrelyatsiya koeffitsienti 0,6 dan katta bo‘lsa, unda omillararo bog‘lanish kuchli deb hisoblanadi va erkin omillar ma’lum darajada bir birini takrorlaydi. Agar modelda o‘zaro bog‘langan omillar qatnashsa, model yordamida qilingan hisoblar noto‘g‘ri chiqishi mumkin va omillar ta’siri ikki barovar hisoblanishi mumkin. O‘zaro bog‘langan ta’sir etuvchi omillardan bittasi modeldan chiqarib tashlanadi. Albatta modelda kuchliroq va mustahkamroq omil qoladi.
3. Ko‘p omilli modellarda agar natijaviy omilga bir necha omillar ta’sir ko‘rsatsa, unda omillar orasida ko‘plikdagi korrelyatsiya koeffitsienti hisoblanadi.

Korrelyatsiya koeffisientini o'zgarish intervallari va baholanishi

Korrelyasiya koeffisienti (r) -1 dan +1 oralig'ida bo'ladi. Koeffitsientning musbat qiymati to'g`ridan-to`g`ri bog`liqlikning, manfiy qiymati esa teskari bogliklikning mavjudligidan dalolat beradi. Agar $r = \pm 1$ bo`lsa, korrelyatsion bog`liqlik chiziqli funksional bog`liqlik bilan ifodalanadi. Agar $r = 0$ bo`lsa omillar o`rtasida bog'lanish mavjud emas deb hisoblanadi. Yuqorida ta`kidlanganidek, agarda $0 < r < 1$ bo`lsa, bunda to'g`ri bog'lanish mavjud bo`ladi va $-1 < r < 0$ oralig`da teskari bog'lanish mavjud hisoblanadi. $r = 1$ ga bo`lsa funksional bog'lanish mavjud bo`ladi.

Korrelyatsiya koeffisienti $r_{y/x}$, omillar o'tasidagi bog`liqlikni sifat jihatidan tavsiflaydi:

1. agar $r_{y/x} - noldan \pm 0,3$ oralig`ida bo`lsa, omillar o`rtasidagi bog`liqlik mavjud emasligini ko`rsatadi.
2. agar $r_{y/x} - \pm 0,3$ dan $\pm 0,5$ oralig`ida bo`lsa, omillar o`rtasidagi bog`liqlik sust hisoblanadi.
3. agar $r_{y/x} - \pm 0,5$ dan $\pm 0,7$ oralig`ida bo`lsa, omillar o`rtasidagi bog`liqlik bir maromda (o`rtacha) ekanligini tavsiflaydi.
4. agar $r_{y/x} - \pm 0,7$ dan ± 1 oralig`ida bo`lsa, omillar o`rtasidagi bog`liqlik kuchli hisoblanadi.

Korrelyatsiya koeffisientlari statistik kattaliklar sifatida ishonchlilik nuqtai nazaridan tahlil qilinadi va baholanadi. Bu shu bilan izohlanadiki, kuzatuvlarning har qanday to`plami ayrim tanlashni o`zida namoyon etadi, demak, tanlash asosida hisoblab chiqilgan har qanday ko`rsatkichning qiymati haqiqiy qiymat sifatida ko`rib chiqilishi mumkin emas, balki uning ozmi yoki ko`pmi aniq bahosi xisoblanadi. Shu munosabat bilan ko`rsatkichlarning ahamiyatligi (muhimligi)ni tekshirish zarurati paydo bo`ladi.

Ba`zi tadqiqotlarda korrelyatsiyaning juft koeffisientlarini tahlil qilishni omilli belgilar o`rtasidagi multikollinear bog`liqlikni aniklash usuli deb biladilar. Ikkita argument, agar ular o`rtasidagi korrelyatsiyaning juft koeffisientlari absolyut kattaligi

bo`yicha 0,8 dan katta bo`lsa. kollinear deb hisoblaydilar. Amaliyotda esa ikki argument o`rtasidagi korrelyatsiyaning juft koeffisientlari absolyut kattaligi bo`yicha 0,8 dan katta bo`lsada, multikollinearlik mavjud bo`lmasligi mumkin.

Shu o`rinda ta'kidlash lozimki, tanlangan omilliy ko`rsatkichlar orasida multikolleniarlik mavjud yoki yo`qligini VIF testi (ing. Variance inflation factor) va qabul qilish (ing. Tolarence) testlariga tekshirish orqali aniqlanadi.

VIF testi quyidagi formula orqali hisoblanadi²:

$$VIF_k = \frac{1}{1 - R_k^2}$$

Bu yerda, VIF_k - k o`zgaruvchi uchun VIF kiymati, - k o`zgaruvchi uchun determinatsiya koeffisienti

Odatda VIF testining 5 dan kichik qiymatlari tahlil uchun eng munosib deb topiladi, lekin adabiyotlarda VIF ning 10 dan kichik qiymatlari regressiya tenglamasini tuzishda tanlangan omillar ishtirokini ta'minlash mumkinligini ko`rsatadi, 10 dan katta qiymatlari esa tanlangan omillar regressiya tenglamasini tuzishda munosib emasligini ifodalaydi.

Shuningdek, ko`pincha tadqiqotchilar tomondan kolleniarlikning darajasini aniqlash uchun $1/VIF$ orqali aniqlanadigan qabul qilish testidan foydalaniladi. VIF ning 10 qiymatiga mos ravishda, qabul qilish testining 0,1 dan kichik qiymatlari tahlil uchun tanlangan bir o`zgaruvchining boshqa o`zgaruvchilar bilan chiziqli bog`liq ekanligini ifodalaydi.

Chiziqsiz regressiya uchun o`rganilayotgan hodisalar o`rtasidagi bog`lanishlarning zichligi korrelyatsiya koeffitsienti bilan baholanadi ρ_{xy}
 $(0 \leq \rho_{xy} \leq 1)$:

$$\rho_{yx} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{om}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}}. \quad (4.4)$$

Natijaviy ko`rsatkichga ta'sir etuvchi omillarning umumiyligi ta'siri ko`plikdagি korrelyatsiya indeksi bilan baholanadi:

² Jamal I.Daoud (2017) Multicollinearity and regression analysis, Journal of Physics:Conference Series

$$R_{yx_1x_2 \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{y_{ocm}}^2}{\sigma_h^2}} \quad (4.5)$$

Ko‘plikdagi korrelyatsiya indeksning qiymati 0 dan 1 gacha oraliqda o‘zgaradiva maksimal juft korrelyatsiyasi indeksidan katta yoki teng bo‘lishi kerak:

$$R_{yx_1x_2 \dots x_p} \geq r_{yx_i} \quad (i = 1, p). \quad (4.6)$$

Chiziqli bog‘lanish uchun *ko‘plikdagi korrelyatsiya koeffitsienti* juft korrelyatsiya koeffitsientlar matritsasi orqali aniqlanishi mumkin:

$$R_{yx_1x_2 \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\Delta r}{\Delta r_{11}}}, \quad (4.7)$$

bu yerda

$$\Delta r = \begin{vmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_2} & \dots & r_{yx_p} \\ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1x_2} & \dots & r_{x_1x_p} \\ r_{yx_2} & r_{x_1x_2} & 1 & \dots & r_{x_2x_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{yx_p} & r_{x_px_1} & r_{x_px_2} & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad - \text{juft korrelyatsiya koeffitsientini aniqlash matritsasi.}$$

Xususiy korrelyatsiya koefitsientlari ga omilning boshqa faktorlar o‘zgarmas darajada bo‘lganda ta’sirini o‘lchaydi va quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$r_{yx_1 \cdot x_1x_2 \dots x_{i-1}x_{i+1} \dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{1 - R_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_{i-1}x_{i+1} \dots x_p}^2}{1 - R_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_{i-1}x_{i+1} \dots x_p}^2}} \quad (4.8)$$

yoki quyidagi rekurrent formuladan foydalanib:

$$r_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_p} = \frac{r_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}} - r_{yx_p \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}} r_{x_ix_p \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}}}{\sqrt{(1 - r_{yx_i \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}}^2)(1 - r_{x_ix_p \cdot x_1x_2 \dots x_{p-1}}^2)}}. \quad (4.9)$$

Xususiy korrelyatsiya koeffitsientlari -1 dan 1 gacha oraliqda o‘zgaradi.

Tuzilgan modelning umumiy sifatini determinatsiya koeffitsienti baholaydi. Ko‘plikdagi determinatsiya koeffitsienti ko‘plikdagi korrelyatsiya indeksining kvadratiga teng:

$$R_{yx_1x_2 \dots x_p}^2$$

Nazorat uchun savollar

1. Korrelyatsion tahlilning maqsadlari nimalardan iborat?
2. Juft, xususiy va ko‘plikdagi korrelyatsiya koeffitsientlarining farqi nimadan iborat?
3. Qaysi hollarda korrelyatsiya indeksi qo‘llaniladi?
4. To`g`ri va teskari korrelyatsiya koeffitsientlarining farqi nimadan iborat?
5. Korrelyatsiya koeffitsientlari qaysi oralig`da bo`ladi?
6. Modelga kiritilgan omillarning soniga karab korrelyatsion bog`liqliklar qanday turlari mavjud?