V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics

National University of Uzbekistan

ABSTRACTS OF THE CONFERENCE

OPERATOR ALGEBRAS, NON-ASSOCIATIVE STRUCTURES AND RELATED PROBLEMS

SEPTEMBER 14-15, 2022

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ имени В.И. РОМАНОВСКОГО АН РУз

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
УЗБЕКИСТАНА имени МИРЗО УЛУГБЕКА

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Научной конференции

ОПЕРАТОРНЫЕ АЛГЕБРЫ, НЕАССОЦИАТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ И СМЕЖНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

14–15 сентября 2022 года Ташкент, Узбекистан

Ташкент – 2022

Операторные алгебры, неассоциативные структуры и смежные проблемы: Тезисы докладов научной конференции, 14–15 сентября 2022 года, г. Ташкент, Узбекистан. 2022. 334 с.

Тезисы докладов научной конференции "**Операторные алгебры, неассоциативные структуры и смежные проблемы**" содержат научные доклады по следующим направлениям:

- Операторные алгебры и некоммутативное интегрирование,
- Структурная теория неассоциативных алгебр,
- Теория функций,
- Математическая физика, теория вероятностей,
- Теория динамических систем и статистическая физика.

Данная конференция организована на основании постановления №101-Ф Кабинета Министров Республики Узбекистан от 7 марта 2022 года.

В авторской редакции
Компьютерная верстка **Абдурасулова К. К., Шойимардонова С. К.**

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Председатель:

Розиков У.А. – профессор, заместитель директор Института математики.

Сопредседатель:

Маджидов И.У. – ректор Национального университета Узбекистана.

Заместители председателя:

Ботиров Г.И. – д.ф.м.н., заместитель директор Института математики,
Зикиров О.С. – декан математического факультета НУУз.

Члены оргкомитета:

Азамов А.А. (Ташкент),	Дадаходжаев Р. (Ташкент),
Алимов Ш.А. (Ташкент),	Кудайбергенов К.К. (Нукус),
Садуллаев А. (Ташкент),	Кары-Ниязов Ш.Ш. (Россия),
Абдуллаев Р.З. (Ташкент),	Омиров Б.А. (Ташкент),
Адашев Ж.К. (Ташкент),	Солеев А. (Самарканд),
Алимов А. А. (Ташкент),	Худойбердиев А.Х. (Ташкент),
Бешимов Р.Б. (Ташкент),	Хусанов Ж. (Ташкент).

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Председатель:

Азамов А.	– академик АН РУз (Узбекистан).

Члены программного комитета:

Алимов Ш.А.	– академик АН РУз (Узбекистан),
Аюпов Ш.А.	– академик АН РУз (Узбекистан),
Лакаев С.Н.	– академик АН РУз (Узбекистан),
Садуллаев А.	– академик АН РУз (Узбекистан),
Фарманов Ш.К.	– академик АН РУз (Узбекистан),
Хаджиев Дж.Х.	– академик АН РУз (Узбекистан),
Ан Мин Ли	– профессор, академик Китайской АН (Китай),
Зельманов Е.И.	– профессор, член Национальной Академии наук США, академик Китайской Академии наук (США, Китай),
Сукочев Ф.А.	– профессор, академик Австралийской АН (Австралия),
Холево А.С.	– профессор, академик РАН (Россия),
Шестаков И.П.	– профессор, академик АН Бразилии (Бразилия),
Арзикулов Ф.Н.	– д.ф.м.н. (Узбекистан),
Арипов М.	– профессор (Узбекистан),
Ашуров Р.Р.	– профессор (Узбекистан),
Ганиходжаев Н.Н.	– профессор (Узбекистан),
Ганиходжаев Р.Н.	– профессор (Узбекистан),
Джалилов А.	– профессор (Узбекистан),
Жамилов У.У.	– д.ф.м.н. (Узбекистан),
Заитов А.А.	– профессор (Узбекистан),
Кусраев А.Г.	– профессор (Россия),
Ксяожун Чен	– профессор (Китай),
Омиров Б.А.	– профессор (Узбекистан),
Рахимов А.А.	– профессор (Узбекистан),
Рахимов И.С.	– профессор (Малайзия),
Розиков У.А.	– профессор (Узбекистан),
Тахиров Ж.О.	– профессор (Узбекистан),
Хаётов А.Р.	– профессор (Узбекистан),
Худойбердиев А.Х.	– д.ф.м.н. (Узбекистан).
Хусанбоев Я. М.	– профессор (Узбекистан),
Шарипов О. Ш.	– профессор (Узбекистан),
Эшматов Ф.Х.	– д.ф.м.н. (Узбекистан).

Секретариат конференции:

Хакимов О.Н., Абдурасулов К.К., Гайбуллаев Р.К., Муратова Х.А., Шойимардонов С.К.

Theorem 2. *For the SCSO W* (5), *the following assertions true*:

i) *If* $a \in [-1, 0)$, *then*

$$\lim_{n\to\infty} W^n(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{cases} \mathbf{e}_2, & \text{if } \mathbf{x}^{(0)} \in \Gamma_{\{2,3\}} \setminus \{\mathbf{e}_3\}, \\ \mathbf{e}_1, & \text{if } \mathbf{x}^{(0)} \in S^2 \setminus \Gamma_{\{2,3\}}. \end{cases}$$

ii) *If* $a \in (0, 1]$, *then*

$$\lim_{n\to\infty} W^n(\mathbf{x}^{(0)}) = \begin{cases} \mathbf{e}_2, & \text{if } \mathbf{x}^{(0)} \in \Gamma_{\{1,2\}} \setminus \{\mathbf{e}_1\}, \\ \mathbf{e}_3, & \text{if } \mathbf{x}^{(0)} \in S^2 \setminus \Gamma_{\{1,2\}}. \end{cases}$$

References

1. Devaney R. L. *An introduction to chaotic dynamical systems, Studies in Nonlinearity,* Westview Press, Boulder, CO, 2003, reprint of the second (1989) edition.
2. Rozikov U. A, Nazir. S. *Separable quadratic stochastic operators,* Lobschevskii J. Math. (3), 215(2010), pp. 215–221.
3. Rozikov UI. A, Zada A. *On a class of separable quadratic stochastic operators,* Lobschevskii J. Math. (4), 32(2011), pp. 385–394.
4. Eshkabilov Yu. Kh. Baratov B. S. *On the dynamics of one separable cubic stochastic operator on the two-dimensional simplex.* Bull. Inst. Math., 2022, Vol. 5, (2), pp. 97–104. [In Russian].

CONVERGENCE OF TRAJECTORIES A NON - VOLTERRA QUADRATIC OPERATOR

Jamilov U.U., Khudoyberdiyev Kh.O.

V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan.
jamilovu@yandex.ru, xudoyberdiyev.x@mail.ru

Let $S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in \mathbb{R}^m : \text{ for any } i,\ x_i \geq 0, \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$ be the $(m-1)$-dimensional simplex. A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^{m} p_{ij,k} x_i x_j \tag{1}$$

for any $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ and for all $k = 1, \ldots, m$, where

$$p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k} \text{ for all } i, j, k; \quad \sum_{k=1}^{m} p_{ij,k} = 1. \tag{2}$$

A quadratic stochastic operator is called a Volterra operator if $p_{ij,k} = 0$, for any $k \notin \{i, j\}$, $i, j, k = 1, \ldots, m$. Assume $\{\mathbf{x}^{(n)} \in S^{m-1} : n = 0, 1, 2, \ldots\}$ is the trajectory (orbit) of the initial point $\mathbf{x} \in S^{m-1}$, where $\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)})$ for all $n = 0, 1, 2, \ldots$.

The solutions of $V(\mathbf{x})=\mathbf{x}$ are called fixed points of the operator V and denote the set of all fixed points by $\mathrm{Fix}(V)$. For the definition of types of fixed points see [1].

We denote the interior of S^3 be the set $intS^3=\{\mathbf{x}\in S^3: x_1x_2x_3x_4>0\}$, $\Gamma_\alpha=\{\mathbf{x}\in S^3: x_i=0, i\notin\alpha\subset\{1,2,3,4\}\}$ be the faces of S^3 and interior of Γ_α be the set $int\Gamma_\alpha=\{\mathbf{x}\in S^3: \prod\limits_{i\in\alpha}x_i>0\}$. Let $\mathbf{m}_1=\left(\frac{1}{2},0,0,\frac{1}{2}\right),\mathbf{m}_2=\left(0,\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right),\mathbf{m}_3=\left(0,0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ be their centers, respectively. Denote $\mathcal{M}_{ij}=\left\{\mathbf{x}\in S^3: x_i+x_j=\frac{1}{2},\ x_4=\frac{1}{2}\right\}$, $\{i,j\}\subset\left\{\{1,2\},\{1,3\}\right\}$ and $\mathcal{M}_{123}=\left\{\mathbf{x}\in S^3: x_1+x_2+x_3=\frac{1}{2},\ x_4=\frac{1}{2}\right\}$. $\mathcal{C}_1=\left(0,\frac{x_2^{(0)}}{2(x_2^{(0)}+x_3^{(0)})},\frac{x_3^{(0)}}{2(x_2^{(0)}+x_3^{(0)})},\frac{1}{2}\right)$, $\mathcal{C}_2=\left(\frac{x_1^{(0)}}{2(x_1^{(0)}+x_3^{(0)})},0,\frac{x_3^{(0)}}{2(x_1^{(0)}+x_3^{(0)})},\frac{1}{2}\right)$, $\mathcal{C}_3=\left(\frac{x_1^{(0)}}{2(x_1^{(0)}+x_2^{(0)})},\frac{x_2^{(0)}}{2(x_1^{(0)}+x_2^{(0)})},0,\frac{1}{2}\right)$.

Let us consider a non-Volterra QSO defined on the three-dimensional simplex which has the form

$$V_{\alpha,\beta}:\begin{cases} x_1'=2x_1x_4+(1-\beta)x_3x_4,\\ x_2'=(1+\alpha)x_2x_4,\\ x_3'=(1-\alpha)x_2x_4+(1+\beta)x_3x_4,\\ x_4'=x_4^2+(x_1+x_2+x_3)^2,\end{cases}\tag{3}$$

where $\alpha,\beta\in[-1,1]$.

Theorem 1. *For the operator $V_{\alpha,\beta}$ the following statements are true:*

i)

$$\mathrm{Fix}\left(V_{\alpha,\beta}\right)=\begin{cases}\{\mathbf{e}_4\}\cup\mathcal{M}_{13}, & \text{if }\ \alpha=-1\ \text{ and }\ \beta=1,\\ \{\mathbf{e}_4\}\cup\mathcal{M}_{12}, & \text{if }\ \alpha=1\ \text{ or }\ \beta=-1,\\ \{\mathbf{e}_4\}\cup\mathcal{M}_{123}, & \text{if }\ \alpha=1\ \text{ or }\ \beta=1,\\ \{\mathbf{e}_4,\ \ \mathbf{m}_1\}, & \text{if }\ -1\le\alpha,\beta<1;\end{cases}$$

ii) *If $\alpha=-1,\ \beta=1$ then the fixed the point $\mathbf{e}_4$ is a saddle and the fixed points from the set $\mathcal{M}_{13}$ is a non-hyperbolic points;*

iii) *If $\alpha=1,\ \beta=-1$ then the fixed the point $\mathbf{e}_4$ is a saddle and the fixed points from the set $\mathcal{M}_{12}$ is a non-hyperbolic points;*

iv) *If $\alpha=\beta=1$ then the fixed the point $\mathbf{e}_4$ is a repelling and the fixed points from the set $\mathcal{M}_{123}$ is a non-hyperbolic points;*

v) *If $-1\le\alpha,\beta<1$ then the fixed the point $\mathbf{m}_1$ is a attracting and the vertex*

$$\mathbf{e}_4\ \ \textit{is a (an)}\ \begin{cases}\textit{repelling}, & \textit{if }\ \alpha>0\ \textit{ and }\ \beta>0,\\ \textit{non-hyperbolic}, & \textit{if }\ \alpha=0\ \textit{ or }\ \beta=0,\\ \textit{saddle}, & \textit{if }\ \alpha<0\ \textit{ or }\ \beta<0.\end{cases}$$

Theorem 2. *For the operator $V_{\alpha,\beta}$ the following statements are true:*

i) *if $\mathbf{x}^{(0)}\in S^3\setminus Fix(V)$ then*

$$\lim_{n\to\infty}\mathbf{x}^{(n)}=\begin{cases}\left(\frac{x_1^{(0)}+x_3^{(0)}}{2\left(x_1^{(0)}+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}\right)},\frac{x_2^{(0)}}{2\left(x_1^{(0)}+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}\right)},0,\frac{1}{2}\right), & \text{if }\alpha=1,\beta=-1,\\ \left(\frac{x_1^{(0)}}{2\left(x_1^{(0)}+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}\right)},0,\frac{x_2^{(0)}+x_3^{(0)}}{2\left(x_1^{(0)}+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}\right)},\frac{1}{2}\right), & \text{if }\alpha=-1,\beta=1;\end{cases}$$

ii) *if* $\alpha=\beta=1$ *then*

$$\omega_{V_{\alpha,\beta}}\left(\mathbf{x}^{(0)}\right)=\begin{cases}\{\mathbf{e}_4\}, & \text{if } \ \mathbf{x}^{(0)}\in\Gamma_{123}\cup\{\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3,\mathbf{e}_4\},\\ \{\mathbf{m}_1\}, & \text{if } \ \mathbf{x}^{(0)}\in\Gamma_{14}\setminus\{\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_4\},\\ \{\mathbf{m}_2\}, & \text{if } \ \mathbf{x}^{(0)}\in\Gamma_{24}\setminus\{\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_4\},\\ \{\mathbf{m}_3\}, & \text{if } \ \mathbf{x}^{(0)}\in\Gamma_{34}\setminus\{\mathbf{e}_3,\mathbf{e}_4\},\\ \{\mathcal{C}_1\}, & \text{if } \ \mathbf{x}^{(0)}\in int\Gamma_{234},\\ \{\mathcal{C}_2\}, & \text{if } \ \mathbf{x}^{(0)}\in int\Gamma_{134},\\ \{\mathcal{C}_3\}, & \text{if } \ \mathbf{x}^{(0)}\in int\Gamma_{124};\end{cases}$$

iii) *if* $\alpha=\beta=1$ *and* $\mathbf{x}^{(0)}\in intS^3=\big\{\mathbf{x}\in S^3:\ x_1x_2x_3x_4>0\big\}\setminus\mathcal{M}_{\infty\in\ni}$ *then*

$$\lim_{n\to\infty}\mathbf{x}^{(n)}=\left(\frac{x_1^{(0)}}{2\big(x_1^{(0)}+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}\big)},\frac{x_2^{(0)}}{2\big(x_1^{(0)}+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}\big)},\frac{x_3^{(0)}}{2\big(x_1^{(0)}+x_2^{(0)}+x_3^{(0)}\big)},\frac{1}{2}\right).$$

iv) *if* $\alpha,\beta\in[-1,1)$ *and* $\mathbf{x}^{(0)}\in\Gamma_{123}\cup\{\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}_3,\mathbf{e}_4\}$ *then* $V_{\alpha,\beta}\big(\mathbf{x}^{(0)}\big)=\{\mathbf{e}_4\}$*;*

v) *if* $\alpha,\beta\in[-1,1)$ *and* $\mathbf{x}^{(0)}\in S^3\setminus Fix(V)$ *then* $\omega_{V_{\alpha,\beta}}\big(\mathbf{x}^{(0)}\big)=\{\mathbf{m}_1\}$.

References

1. Devaney R. L. *An introduction to chaotic dynamical systems, Studies in Nonlinearity,* Westview Press, Boulder, CO, 2003, reprint of the second (1989) edition.
2. Ganikhodzhaev R. N. *Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments.* Sb. Math., pp. 489-506., 76 (2)(1993).
3. Jamilov U. U., Khudoyberdiev Kh. O., Ladra M. *Quadratic operators corresponding to permutations.* Stoch. Anal. Appl., pp. 929-938., 38(5) (2020).

ON THE DYNAMICS OF LOTKA-VOLTERRA OPERATORS

Jamilov U.U., Mukhitdinov R.T.
V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan,
Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan,
uygun.jamilov@mathinst.uz, muxitdinov-ramazon@rambler.ru

Let

$$S^{m-1}=\{\mathbf{x}=(x_1,x_2,\dots,x_m)\in R^m:\ x_i\geq 0,\sum_{i=1}^m x_i=1\}$$

be the $(m-1)$-dimensional simplex. It is known that any $\mathbf{x}\in S^{m-1}$ is a probability distribution on the set E.

A map V of S^{m-1} into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k=\sum_{i,j=1}^m P_{ij,k}x_ix_j \qquad (1)$$