

ЎЗБЕКИСТОН RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI  
FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

ЎЗБЕКИСТОН RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI  
V.I.ROMANOVSKIY NOMIDAGI MATEMATIKA INSTITUTI

**DIFFERENSIAL TENGLAMALAR VA MATEMATIKANING  
TURDOSH BO'LIMLARI ZAMONAVIY MUAMMOLARI**

mavzusidagi Xalqaro ilmiy konferensiyasi

**Т Е З И С Л А Р    Т О ' П Л А М И**

**Farg'ona, 2020 yil 12-13 mart**

-----◇-----  
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН  
ФЕРГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И.РОМАНОВСКОГО

**Т Е З И С Ы    Д О К Л А Д О В**

Международной научной конференции на тему

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ И СМЕЖНЫХ РАЗДЕЛОВ МАТЕМАТИКИ**

**Фергана, 12-13 март, 2020 год**

-----◇-----  
MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION  
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN  
FERGANA STATE UNIVERSITY  
UZBEKISTAN ACADEMY OF SCIENCES  
V.I.ROMANOVSKIY INSTITUTE OF MATHEMATICS

**A B S T R A C T S**

of the International scientific conference on the theme

**MODERN PROBLEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS  
AND RELATED BRANCHES OF MATHEMATICS**

**Fergana, March 12-13, 2020**



*Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики:* тезисы докладов Международной научной конференции (12-13 марта 2020 года, г.Фергана, Узбекистан). – Фергана. 2020. 461 с.

Тезисы докладов Международной научной конференции "Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики" содержат научные доклады по следующим направлениям: вырождающиеся уравнения и уравнения смешанного типа; спектральная теория дифференциальных операторов; динамические системы и оптимальное управление; алгебра, анализ и теория вероятностей; прикладная математика и информатика; геометрия и методика преподавания математики.

Данная конференция организована на основании распоряжения №56-Ф Кабинета Министров Республики Узбекистан от 7 февраля 2020 года.

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

профессор Арипов М.М.	профессор Уринов А.К.
профессор Ашуров Р.Р.	профессор Рахматуллаев М.М.
профессор Артыкбаев А.	профессор Юлдашев Т.К.
профессор Арзикулов Ф.Н.	профессор Каримов Ш.Т.
профессор Саматов Б.Т.	доцент Ахлимирзаев А.
профессор Ходжибаев В.Р.	доцент Хонкулов У.

#### Ответственные за выпуск:

к.ф.-м.н. Хайдаров И.У.  
к.ф.-м.н. Рафиков А.Н.  
к.ф.-м.н. Каримов К.Т.  
Маманазаров А.О.  
Азизов М.С.

### **Организационный комитет**

- Максудов Р.Х. - председатель, ректор ФерГУ.  
Аюпов Ш.А. - сопредседатель, директор ИМ АН РУз., академик АН РУз.  
Садуллаев А. - сопредседатель, академик АН РУз.  
Азамов А. - сопредседатель, академик АН РУз.  
Уринов А.А. - зам. председателя, проректор по научной работе и инновациям ФерГУ.  
Каримов Ш.Т. - зам. председателя, декан физико-математического факультета ФерГУ.

### **Члены оргкомитета**

- |                                 |                              |
|---------------------------------|------------------------------|
| Арипов М.М. (г. Ташкент)        | Бикчентаев А.М. (г. Казань)  |
| Аманов Дж. (г. Фергана)         | Дурдиев К.С. (г. Бухара)     |
| Арзикулов Ф.Н. (г. Андижан)     | Зикиров О.С. (г. Ташкент)    |
| Бегматов Акр.Х. (г. Самарканд)  | Исломов Б. (г. Ташкент)      |
| Бердышев А.С. (г. Алматы)       | Касимов Ш.Г. (г. Ташкент)    |
| Мирсабуров М. (г. Термез)       | Хасанов А. (г. Ташкент)      |
| Рахматуллаев М.М. (г. Наманган) | Хасанов А.Б. (г. Самарканд)  |
| Садыбеков М.А. (г. Алматы)      | Юлдашев Т.К. (г. Ташкент)    |
| Ситник С.М. (г. Белгород)       | Яхшимуратов А.Б. (г. Ургенч) |
| Сопуев А. (г. Ош)               | Тожиев Т.Х. (г. Фергана)     |
| Тахиров Ж.О. (г. Ташкент)       | Тожибоев И.Т. (г. Фергана)   |
| Газиев К.С. (г. Фергана)        | Кодиров К. Р. (г. Фергана)   |

### **Программный комитет**

- Алимов Ш.А. - председатель, академик АН РУз (Узбекистан)  
Ашуров Р.Р. - сопредседатель, профессор (Узбекистан)  
Кальменов Т.Ш. - сопредседатель, академик НАН РК (Казахстан)  
Уринов А.К. - зам. председателя, профессор (Узбекистан)

### **Члены программного комитета**

- |                                    |                             |
|------------------------------------|-----------------------------|
| Азамов А. (Узбекистан)             | Ружанский М. (Бельгия)      |
| Артыкбаев А. (Узбекистан)          | Сабитов К.Б. (Россия)       |
| Ашыралыев А. (Турция/Туркменистан) | Садуллаев А. (Узбекистан)   |
| Апаков Ю.П. (Узбекистан)           | Саматов Б.Т. (Узбекистан)   |
| Ворисов А.К. (Узбекистан)          | Солдатов А.П. (Россия)      |
| Гафуров М.У. (Узбекистан)          | Тухтасинов М. (Узбекистан)  |
| Имомназаров Х.Х. (Россия)          | Чилин В.И. (Узбекистан)     |
| Кирякова В. (Болгария)             | Форманов Ш.К. (Узбекистан)  |
| Кожанов А.И. (Россия)              | Фаязов К.С. (Узбекистан)    |
| Муминов К.К. (Узбекистан)          | Хакимов Р.М. (Узбекистан)   |
| Маматов М.Ш. (Узбекистан)          | Ходжибаев В.Р. (Узбекистан) |
| Отелбаев М. (Казахстан)            | Шадиметов Х.М. (Узбекистан) |
| Паровик Р.И. (Россия)              | Шишкина Э.Л. (Польша)       |
| Псху А.В. (Россия)                 | Шитикова М.В. (Россия)      |
| Пулькина Л.С. (Россия)             | Ахлимирзаев А. (Узбекистан) |
| Розиков У.А. (Узбекистан)          | Баракаев М. (Узбекистан)    |

45. **Чилин В.И., Муминов К.К.** Группы, у которых все конечномерные представления вполне приводимы 117
46. **Юсупова А.К., Косимова Д.М.** Минимаксная задача для асимптотического распределения Романовского 119
47. **Юсупова А.К., Алиев Н.** Об одном асимптотическом свойстве двумерного распределения Романовского 121
48. **Яхшибоев М.У., Нарзуллаев У.Х.** Обращение дробных интегралов Адамара и типа Адамара от функций в весовых смешанных пространствах Лебега 123
49. **Abdusalomova M.R.** Weak Periodic Ground States for the SOS model with an external field on the Cayley tree 126
50. **Arzikulov F.N., Umrzaqov N.M.** On description of local mappings generated by a left (right) multiplication on associative rings of matrices 128
51. **Аюупов Sh.A., Arzikulov F.N., Umrzaqov N.M., Nuriddinov O.O.** On 2-local derivations and automorphisms of finite dimensional formally real Jordan algebras 131
52. **Аюупов Sh.A., Yusupov B.B.** Local and 2-local derivations on the solvable Leibniz algebras whose nilradical is a quasi-filiform Leibniz algebra of maximum length 133
53. **Azizov E.Y., Kodirov K.R., Nazarov H.A.** Some characterizations of  $m$ -convergence 137
54. **Dzhalilov A.A., Aliyev A.F.** Hausdorff dimension of invariant measures of circle maps 138
55. **Ergashova SH.H.** Fraktallarni qurishda  $R$ -funksiya usuli ( $RFM$ )ni qo'llash 140
56. **Imomkulov A.N.** Behavior of the set of absolute nilpotent and idempotent elements of chain of evolution algebras 143
57. **Jamilov U.U.** On trajectories of  $\pi$ -cubic stochastic operators 147
58. **Jamilov U.U., Khudoyberdiyev Kh.O.** On periodic orbits of a non-Volterra quadratic operator 149
59. **Khudoyberdiyev A.H., Azizov M.E.** Algebras which generated by commutator of Zinbiel algebras 151
60. **Khudoyberdiyev A.Kh., Abdimuminova M.A.** Leibniz algebras generated by faithful representation of 5-dimensional filiform Lie algebras 152
61. **Khusanbaev Y.M., Sharipov S.O., Qudratov H.E.** On central limit theorem for subcritical branching processes with dependent immigration 154
62. **Mukhamadiev F.** The density the spaces of complete linked systems 155
63. **Narkuziev B.A.** On absolute nilpotent elements of an evolution algebra 156
64. **Nazarov H.A., Khomidova S.M.** Derivations of real simple  $AW^*$ -algebras 158
65. **Normatov Z.** Trace identities in Calogero-Moser space  $\mathcal{C}_3$  159
66. **Rahmatjonzoda A.A.** Umumlashgan gipergeometrik funksiyalarning integral ko'rinishlari haqida 160
67. **Rahmatullaev M.M., Tukhtabaev A.M.** On  $G_k^{(2)}$ -periodic Gibbs Measures of  $p$ -adic Potts Model on a Cayley Tree 163
68. **Rahmatullaev M.M., Rasulova M.A.** Periodic ground states for the Ising model with periodic external field 167
69. **Rajabov B.Sh., Axmedova U.Y.** Funktsiyalar ortogonal tizimi asosida bir karrali Fure qatori koeffitsientlarining ba'zi xususiyatlari haqida 169
70. **Ramazonova L.D., Omonillayeva Z.O.** The skew-symmetric operators on real a matrix algebras 171

2.U. A. Rozikov, A. Yu. Khamraev. *On cubic operators defined on finite-dimensional simplices* // Ukrainian Math. J. **56** (10) (2004) 1699–1711.

УДК 519.21

**On periodic orbits of a non-Volterra quadratic operator**

Jamilov U.U.<sup>1</sup>, Khudoyberdiyev Kh.O.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Tashkent, Uzbekistan;  
jamilovu@yandex.ru

<sup>2</sup>Samarkand Branch of Tashkent State University of Economics, Samarkand,  
Uzbekistan; xudoyberdiyev.x@mail.ru

Let

$$S^{m-1} = \{\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m : \text{for any } i, x_i \geq 0, \text{ and } \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$$

be the  $(m - 1)$ -dimensional simplex. A map  $V$  of  $S^{m-1}$  into itself is called a *quadratic stochastic operator* (QSO) if

$$(V\mathbf{x})_k = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j \tag{1}$$

for any  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$  and for all  $k = 1, \dots, m$ , where

$$p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k} \quad \text{for all } i, j, k; \quad \sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1. \tag{2}$$

A quadratic stochastic operator is called a Volterra operator if

$$p_{ij,k} = 0, \quad \text{for any } k \notin \{i, j\}, \quad i, j, k = 1, \dots, m.$$

Assume  $\{\mathbf{x}^{(n)} \in S^{m-1} : n = 0, 1, 2, \dots\}$  is the trajectory (orbit) of the initial point  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$ , where  $\mathbf{x}^{(n+1)} = V(\mathbf{x}^{(n)})$  for all  $n = 0, 1, 2, \dots$ , with  $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{x}$ .

The asymptotic behaviour of trajectories Volterra QSOs was analysed in [1].

**Definition 1.** A point  $\mathbf{x} \in S^{m-1}$  is called a *periodic point* of  $V$  if there exists an  $n$  so that  $V^n(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$ . The smallest positive integer  $n$  satisfying the above is called the *prime period* or *least period* of the point  $\mathbf{x}$ . A *period-one point* is called a *fixed point* of  $V$ .

Denote the set of all fixed points by  $\text{Fix}(V)$  and the set of all periodic points of (not necessarily prime) period  $n$  by  $\text{Per}_n(V)$ . Evidently that the set of all iterates of a periodic point form a periodic trajectory (orbit).

Let  $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*) = (\partial V_i / \partial x_j)(\mathbf{x}^*)$  be a Jacobian of  $V$  at the point  $\mathbf{x}^*$ .

**Definition 2.** A fixed point  $\mathbf{x}^*$  is called *hyperbolic* if its Jacobian  $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$  has no eigenvalues on the unit circle. A hyperbolic fixed point  $\mathbf{x}^*$  is called:

- i) *attracting* if all the eigenvalues of the Jacobian  $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$  are less than 1 in absolute value;
- ii) *repelling* if all the eigenvalues of the Jacobian  $D_{\mathbf{x}}V(\mathbf{x}^*)$  are greater than 1 in absolute value;

iii) a saddle otherwise.

Let us consider a non-Volterra QSO defined on the two-dimensional simplex which has the form

$$V_\alpha : \begin{cases} x'_1 = x_1^2 + (x_2 + x_3)^2 + (1 - \alpha)x_1(x_2 + x_3) \\ x'_2 = (1 + \alpha)x_1x_3 \\ x'_3 = (1 + \alpha)x_1x_2 \end{cases} \quad (3)$$

where  $\alpha \in [-1, 1]$ .

It is worth mentioning that if  $\alpha = 1$  then the QSO (3) coincides with the quasi-strictly non-Volterra QSO which is studied in [2]. The strictly non-Volterra QSOs was studied in [3].

Denote  $M_0 = \{\mathbf{x} \in S^2 : x_2x_3 = 0\}$  and for any  $\beta > 0$  we denote

$$M_\beta = \left\{ \mathbf{x} \in S^2 : x_2 = \beta x_3 \quad \vee \quad x_2 = \frac{1}{\beta} x_3 \right\}.$$

**Proposition 1.** For the operator  $V_\alpha$  the following statements are true:

- i) The set  $M_0$  and  $M_\beta$  are invariant sets of the QSO  $V_\alpha$ ;
- i) if  $-1 \leq \alpha \leq 0$  then  $\text{Fix}(V_\alpha) = \{\mathbf{e}_1\}$  and  $\mathbf{e}_1$  is an attracting point;
- ii) if  $0 < \alpha \leq 1$  then  $\text{Fix}(V_\alpha) = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{x}^*\}$ , where

$$\mathbf{x}^* = \left( \frac{1}{1 + \alpha}, \frac{\alpha}{2(1 + \alpha)}, \frac{\alpha}{2(1 + \alpha)} \right).$$

The vertex  $\mathbf{e}_1$  is repelling and  $\mathbf{x}^*$  non-hyperbolic.

$$\text{Denote } S_\alpha = \left\{ \mathbf{x} \in S^2 : x_1 = \frac{1}{1 + \alpha}, \quad x_2 + x_3 = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \right\}.$$

**Proposition 2.** Let  $0 < \alpha \leq 1$ . For the operator  $V_\alpha$  the following statements are true:

- i)  $\text{Per}_2(V_\alpha) = S_\alpha$ ;
- ii) if  $n \geq 3$  then  $\text{Per}_n(V_\alpha) = \emptyset$ .

**Theorem 3.** For the operator  $V_\alpha$  the following statements are true:

- i) if  $\mathbf{x}^{(0)} \in \{\mathbf{x} \in S^2 : x_1 = 0\} \cup \{\mathbf{e}_1\}$  then  $\omega_{V_\alpha}(\mathbf{x}^{(0)}) = \{\mathbf{e}_1\}$ ;
- ii) if  $\alpha \in [-1, 0]$  then  $\omega_{V_\alpha}(\mathbf{x}^{(0)}) = \{\mathbf{e}_1\}$  for any  $\mathbf{x}^{(0)} \in S^2$ ;
- iii) if  $\alpha \in (0, 1]$  then  $\omega_{V_\alpha}(\mathbf{x}^{(0)}) = \{\tilde{\mathbf{x}}_\beta, \hat{\mathbf{x}}_\beta\}$  for any  $\mathbf{x}^{(0)} \in M_\beta$ ,  $\beta \geq 0$ , where

$$\tilde{\mathbf{x}}_\beta = \left( \frac{1}{1 + \alpha}, \frac{\alpha}{(1 + \beta)(1 + \alpha)}, \frac{\alpha\beta}{(1 + \beta)(1 + \alpha)} \right),$$

$$\hat{\mathbf{x}}_\beta = \left( \frac{1}{1 + \alpha}, \frac{\alpha\beta}{(1 + \beta)(1 + \alpha)}, \frac{\alpha}{(1 + \beta)(1 + \alpha)} \right).$$

## References

1. **R. N. Ganikhodzhaev**, *Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments* // Sb. Math. **76** (2) (1993) 489–506.
2. **A. Yu. Khamraev**, *On the dynamics of a quasistrictly non-Volterra quadratic stochastic operator* // Ukrainian Math. J. **71** (8) (2019) 1116–1122.
3. **U. U. Zhamilov, U. A. Rozikov**, *On the dynamics of strictly non-Volterra quadratic stochastic operators on a two-dimensional simplex* // Sb. Mat. **200** (9) (2009) 1339–1351.

УДК 512.554.38

## Algebras which generated by commutator of Zinbiel algebras

Khudoyberdiev A.H.<sup>1</sup>, Azizov M.E.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan;

<sup>1</sup>khabror@mail.ru, <sup>2</sup>azizovmajidkhan@gmail.com

Leibniz algebras were introduced in [6] in the 90-th years of the last century. They are defined by the following identity:

$$[x, [y, z]] = [x, [y, z]] + [x, [z, y]] \quad (1)$$

J.-L. Loday in [5: J.-L. Loday, Cup product for Leibniz cohomology and dual Leibniz algebras.] studied categorical properties of Leibniz algebras and considered in this connection a new object - Zinbiel algebra (read Leibniz in reverse order). Since the category of Zinbiel algebras is Koszul dual to the category of Leibniz algebras, sometimes they are also called dual Leibniz algebras [7: J.-L. Loday, A. Frabetti, F. Chapoton and F. Goichot, Dialgebras and Related Operads.].

In works [3: A.S. Dzhumadillaev, Identities for multiplications derived by Leibniz and Zinbiel multiplications. Abstracts of short communications of International conference "Operator algebras and quantum theory of probability" (2005), Tashkent, 76-77.]-[4: A.S. Dzhumadil'daev and K.M. Tulenbaev, Nilpotency of Zinbiel algebras. J. Dyn. Control. Syst., vol. 11(2) (2005), 195-213.] some interesting properties of Zinbiel algebras were obtained. In particular, the nilpotency of an arbitrary complex finite dimensional Zinbiel algebra was proved in [4: A.S. Dzhumadil'daev and K.M. Tulenbaev, Nilpotency of Zinbiel algebras. J. Dyn. Control. Syst., vol. 11(2) (2005), 195-213.]. For the examples of Zinbiel algebras we refer to works [4], [5] and [7].

**Definition:** An algebra  $L$  over a field  $F$  is called a Zinbiel algebra if for any elements  $\forall x, y, z \in L$  the Leibniz identity holds:

$$((x \circ y) \circ z) = (x \circ (y \circ z)) - (x \circ (z \circ y))$$

where  $\circ$  the multiplication in  $L$ .

Let given next Zinbiel algebras.

$Q(\alpha) : \langle e_1, e_2 \rangle$  are basis elements  $\alpha = 0$  or  $\alpha = 1$   $e_1 \cdot e_1 = \alpha e_2$

$R(\alpha, \beta, \gamma, \delta) : \langle e_1, e_2, e_3 \rangle$  are basis elements

$e_1 \cdot e_1 = \alpha e_3$   $e_1 \cdot e_2 = \beta e_3$   $e_2 \cdot e_1 = \gamma e_3$   $e_2 \cdot e_2 = \delta e_3$

$W(3) : \langle e_1, e_2, e_3 \rangle$  are basis elements  $e_1 \cdot e_1 = e_2$   $e_1 \cdot e_2 = \frac{1}{2}e_3$   $e_2 \cdot e_1 = e_3$

(Omitted products are equal to zero)